



大规模 MIMO 系统中基于权重二对角迭代的低复杂度预编码

曹海燕¹, 周冬¹, 许方敏¹, 方昕¹, 王秀敏²

(1. 杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江 杭州 310018;

2. 中国计量大学信息工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 大规模 MIMO 系统中由于系统下行链路的迫零 (zero forcing, ZF) 预编码中存在大矩阵求逆运算, 随着用户数与天线数的增加, 其复杂度随之增加。为了降低复杂度, 提出了一种基于雅克比 (Jacobi) 迭代算法的改进预编码算法, 用下二对角矩阵作为迭代矩阵, 并且将迭代结果与上一步迭代结果进行权重相加来加速迭代。根据大规模 MIMO 系统信道矩阵的对角占优特性, 将矩阵求逆的诺依曼近似的第一项作为迭代的初始值进一步加速迭代。相比于传统迫零预编码方案, 提出的方案可以降低一个量级的算法复杂度, 并且保证了预编码方案的性能。

关键词: 大规模 MIMO; 雅克比迭代; ZF 预编码; 低复杂度; 权重二对角迭代

中图分类号: TN929.53

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2018187

A low complexity precoding based on weighted two diagonal iteration in massive MIMO system

CAO Haiyan¹, ZHOU Dong¹, XU Fangmin¹, FANG Xin¹, WANG Xiumin²

1. Telecommunication Engineering School, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

2. Information Engineering School, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China

Abstract: In massive MIMO systems, with the increase of the number of users and antennas, the complexity of the downlink zero forcing (ZF) precoding increases due to the existence of large matrix inversion. In order to reduce the complexity, an improved weighted two diagonal iteration precoding algorithm based on the Jacobi iterative algorithm was proposed. The low-two diagonal matrix was taken as iterative matrix, and the iterative results were weighed addition with the last results to accelerate the convergence speed of the iteration. According to the diagonally dominant characteristic of channel matrix in massive MIMO systems, the first term of the Neumann approximation of matrix inversion was used as the initial value of the iteration to accelerate the iteration further. Compared with the traditional ZF precoding, the proposed scheme can reduce the complexity with an order of magnitude and ensure the performance of the precoding scheme.

Key words: massive MIMO, Jacobi iteration, zero forcing precoding, low complexity, weighted two diagonal iteration

收稿日期: 2018-01-05; 修回日期: 2018-06-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61501158, No.61379027); 浙江省自然科学基金资助项目 (No.LY14F010019, No.LQ15F01004)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61501158, No.61379027), Education Department Foundation of Zhejiang Province of China (No.LY14F010019, No.LQ15F01004)



1 引言

大规模 MIMO 系统可在不增加发射功率和频谱的情况下大大提高系统容量与能效^[1-3], 被认为是 5G 移动通信系统的关键技术^[4-5]。但是在实际系统中, 随着基站天线数与用户数的增多, 大规模 MIMO 系统也面临一些挑战性问题, 预编码的复杂度问题就是其中之一。

非线性预编码脏纸编码 (dirty paper coding, DPC)^[6]可达到理想的信道容量, 但是该算法复杂度较高, 在实际大规模 MIMO 系统中难以实现。由于大规模 MIMO 系统信道间具有渐近正交性^[4], 线性预编码也能逼近最优容量性能, 如迫零 (zero forcing, ZF) 预编码、正规迫零 (regularized zero forcing, RZF) 预编码和最小均方误差 (minimum mean square error, MMSE) 预编码等。线性预编码的复杂度远低于非线性预编码, 但这类预编码都涉及一个厄米特 (Hermitian) 矩阵的求逆问题, 且求逆复杂度随着用户数的增加而增加。因此, 为了避免大矩阵求逆引起的高复杂度的问题, 基于线性预编码的低复杂度预编码技术被提出^[7-10]。参考文献[7]提出了一种基于理查德森方法 (Richardson method, RM) 的低复杂度的预编码方案; 参考文献[8]提出了一种基于 LSQR (least square QR, 最小二乘) 的预编码方案; 参考文献[9]提出了一种雅克比 (Jacobi, JAC) 与共轭梯度联合 (conjugate gradient and Jacobi, G-JAC) 的预编码方案等。这类算法都将传统矩阵求逆线性预编码的复杂度从 $O(K^3)$ 降低到 $O(K^2)$, 但都是以损失一部分性能为代价的。参考文献[10]提出了一种基于诺依曼 (Neumann) 展开式的低复杂度预编码方案, 该方案在选取更多展开式项数时性能逼近 ZF 预编码方案, 但复杂度相对较高。

在大规模 MIMO 系统中, 当天线数远大于用户数时, 基于雅克比迭代算法^[11]的低复杂度预编码方案可以通过极少的迭代次数来解决 ZF 预编

码的求逆问题, 但是当基站天线数较小时, 各信道之间正交性较差, 线性方程系数矩阵无法对角占优^[3], 导致雅克比迭代结果无法收敛, 预编码性能较弱。为了避免该问题, 本文提出了一种基于雅克比迭代算法改进的权重二对角迭代算法 (weighted two diagonal method, WTM) 的低复杂度预编码方案。该算法先将雅克比迭代中的对角阵用下二对角矩阵进行迭代, 再将迭代结果与上一步迭代结果进行权重相加得到 WTM 算法的一次迭代结果, 为了加快收敛速度, 取诺依曼展开式^[12]的第一项作为迭代初始值。相比于雅克比迭代, WTM 算法不仅提高了少量边缘复杂度, 且性能优于 JAC 算法, 避免了 JAC 算法在基站天线数较低时迭代不收敛的问题。

2 系统模型

假设一大规模 MIMO 的下行链路单小区多用户模型, 基站配备 N 根天线并且同时服务 K 个单天线的用户, 且 $N \gg K$ 。在系统的下行链路中, 假设下行链路中信道状态信息^[13-15] (CSI) 已知, 采用瑞利 (Rayleigh) 衰落信道模型^[16]。小区中的 K 个用户所接收的信号 $\mathbf{y} \in C^{K \times 1}$ 可以表示为:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中, ρ 表示基站下行发送信号的功率, $\mathbf{H} \in C^{K \times N}$ 表示基站与用户之间的信道矩阵, $\mathbf{n} \in C^{K \times 1}$ 表示加性高斯白噪声, 并且服从 $CN(0, \sigma^2)$ 分布, 其中 σ^2 表示白噪声方差。 $\mathbf{x} \in C^{N \times 1}$ 表示基站所发出的信号, 可表示为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{P} \mathbf{s} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{P} \in C^{N \times K}$ 为预编码矩阵, $\mathbf{s} \in C^{K \times 1}$ 为用户发送信号, 且 $E(\|\mathbf{s}_i\|^2) = 1$ 。

3 传统迫零预编码

本文所采用的 ZF 预编码矩阵为^[4]:

$$\mathbf{P}_{ZF} = \beta_{ZF} \mathbf{H}^H (\mathbf{H} \mathbf{H}^H)^{-1} \quad (3)$$

其中, β_{ZF} 是功率控制因子, 令 $\mathbf{G} = \mathbf{H}\mathbf{H}^H$, 功率控制因子^[17]可表示为 $\beta_{ZF} = \sqrt{\frac{K}{\text{tr}(\mathbf{G}^{-1})}}$,

当天线数趋近无穷时, $\beta_{ZF} \approx \sqrt{N-K}$, N 为基站天线数, K 为用户数。因此预编码之后的信号为:

$$\mathbf{x} = \beta_{ZF} \mathbf{H}^H \mathbf{G}^{-1} \mathbf{s} \quad (4)$$

令:

$$\mathbf{t} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{s} \quad (5)$$

则:

$$\mathbf{x} = \beta_{ZF} \mathbf{H}^H \mathbf{t} \quad (6)$$

因此, 系统的等效矩阵为 $\mathbf{W} = \mathbf{H}\mathbf{P}_{ZF} = \beta_{ZF} \mathbf{I}$, w_{ki} 表示等效矩阵第 k 行第 i 列的元素, 并且当 $i \neq k$ 时, $|w_{ki}|^2 = 0$ 。那么, 系统中的第 k 个用户的信干噪比 (SINR) γ_k 可以表示为:

$$\gamma_k = \frac{\frac{\rho_f}{K} |w_{kk}|^2}{\frac{\rho_f}{K} \sum_{i \neq k} |w_{ki}|^2 + \sigma^2} = \frac{\frac{\rho_f}{K} |w_{kk}|^2}{\sigma^2} = \frac{\rho_f}{\text{tr}(\mathbf{G}^{-1})} \quad (7)$$

其中, ρ_f 是下行链路基站端发送信号的功率。因此, 传统迫零预编码的信道容量可以表示为:

$$C_{ZF} = \sum_{k=1}^K \text{lb}(1 + \gamma_k) \quad (8)$$

4 权重二对角迭代算法 (WTM)

ZF 预编码方案中涉及大矩阵求逆, 由式 (5) 得 $\mathbf{G}\mathbf{t} = \mathbf{s}$, 即大矩阵求逆本质上是求线性方程的解。

4.1 雅克比迭代算法

雅克比迭代具体描述如下。

矩阵 $\mathbf{G}$ 可以分解为:

$$\mathbf{G} = \mathbf{D} + \mathbf{L} + \mathbf{L}^H \quad (9)$$

其中, $\mathbf{D}$ 为对角矩阵, $\mathbf{L}$ 为严格下三角矩阵, $\mathbf{L}^H$ 为严格上三角矩阵, 则式 (5) 中 $\mathbf{t}$ 可由传统雅克比迭代算法得:

$$\mathbf{t}^{i+1} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{s} - \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{L} + \mathbf{L}^H) \mathbf{t}^i \quad (10)$$

当天线数远大于用户数时, 矩阵 $\mathbf{G}$ 严格对角占优, 雅克比迭代可通过较少的迭代次数达到最优结果。

4.2 WTM 算法

当天线数较低时, 矩阵 $\mathbf{G}$ 无法严格对角占优, 导致雅克比迭代无法收敛。为了提高收敛速度, 本算法令矩阵 $\mathbf{G}$ 的下二对角元素构成二对角矩阵, 设为 $\mathbf{F}$:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & 0 & 0 \\ g_{21} & g_{22} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & g_{k(k-1)} & g_{kk} \end{pmatrix} \quad (11)$$

其中, g_{ij} 表示矩阵 $\mathbf{G}$ 中第 i 行第 j 列的元素, 即保留矩阵 $\mathbf{G}$ 中的下二对角线上的元素。

根据雅克比迭代, 本文算法第一步迭代过程可表示为:

$$\mathbf{t}^{i+1} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{s} + \mathbf{F}^{-1} (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \mathbf{t}^i \quad (12)$$

为了进一步加速收敛, 通过将迭代结果进行权重相加来加快算法的收敛速度, 即将式 (12) 迭代的结果与上一步迭代的结果进行权重相加, 即 WTM 算法如下:

$$\mathbf{t}^{i+1} = \omega (\mathbf{F}^{-1} \mathbf{s} + \mathbf{F}^{-1} (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \mathbf{t}^i) + (1 - \omega) \mathbf{t}^i \quad (13)$$

可得:

$$\mathbf{t}^{i+1} = (\mathbf{I} - \omega \mathbf{F}^{-1} \mathbf{G}) \mathbf{t}^i + \omega \mathbf{F}^{-1} \mathbf{s} \quad (14)$$

代入式 (6), 得预编码之后的信号为:

$$\mathbf{x} = \beta_{ZF} \mathbf{H}^H \mathbf{t}^{i+1} \quad (15)$$

因此式 (14) 中需选择一个合适的权重因子 ω 。首先, 分析 WTM 算法的近似误差, 令 $\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{s}$, 将 $\mathbf{B} = \mathbf{I} - \omega \mathbf{F}^{-1} \mathbf{G}$ 代入式 (13) 可得:

$$\mathbf{t}^{i+1} - \tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{B}(\mathbf{t}^i - \tilde{\mathbf{s}}) \quad (16)$$

将式 (14) 代入式 (16) 右边, 迭代可得:

$$\mathbf{B}(\mathbf{t}^i - \tilde{\mathbf{s}}) = \mathbf{B}^{i+1}(\mathbf{t}^0 - \tilde{\mathbf{s}}) \quad (17)$$

即:

$$\mathbf{t}^{i+1} - \tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{B}^{i+1}(\mathbf{t}^0 - \tilde{\mathbf{s}}) \quad (18)$$



近似误差用范数表示为:

$$\|\mathbf{t}^{i+1} - \tilde{\mathbf{s}}\|_2 = \|\mathbf{B}^{i+1}\|_F \|\mathbf{t}^0 - \tilde{\mathbf{s}}\|_2 \quad (19)$$

则式(19)中的具体误差分别由 $\|\mathbf{B}^{i+1}\|_F$ 和 $\|\mathbf{t}^0 - \tilde{\mathbf{s}}\|_2$ 决定, 其中 $\|\mathbf{t}^0 - \tilde{\mathbf{s}}\|_2$ 由初始值确定。一般迭代都会将初始值设为0, 本文为了减少迭代次数加速收敛, 将诺依曼展开式

$$\mathbf{G}_L^{-1} = \sum_{i=0}^{L-1} (\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{D} - \mathbf{G}))^i \mathbf{D}^{-1}$$

中的第一项作为初始值, 即 $\mathbf{t}^0 = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{s}$, 从而加速收敛, 其中矩阵 $\mathbf{D}$ 为矩阵 $\mathbf{G}$ 的对角阵。

随着迭代次数的增多, 矩阵 $\mathbf{B}^{i+1}$ 的元素很难得到, 因而直接计算 $\|\mathbf{B}^{i+1}\|_F$ 的复杂度会很高。当 i 趋向于无穷, 可以得到^[18]:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \|\mathbf{B}^{i+1}\|_F^{1/(i+1)} = \rho(\mathbf{B}) \quad (20)$$

其中, $\rho(\mathbf{B}) = \max_{1 \leq n \leq K} |\lambda_n|$ 为谱半径, λ_n 表示矩阵 $\mathbf{B}$ 的第 n 个特征值。当 $\rho(\mathbf{B})$ 取得最小值时, 迭代的收敛速度最快。由 $\mathbf{B} = \mathbf{I} - \omega \mathbf{F}^{-1} \mathbf{G}$ 可计算 $\mathbf{B}$ 的特征值, 则可得 $\rho(\mathbf{B})$, 即:

$$\rho(\mathbf{B}) = \max\{|1 - \omega \lambda_{\min}|, |1 - \omega \lambda_{\max}|\} \quad (21)$$

其中, $\lambda_{\min}$ 和 $\lambda_{\max}$ 表示矩阵 $\mathbf{F}^{-1} \mathbf{G}$ 的最小和最大特征值, 当基站天线数趋向无穷时, 根据矩阵对角占优性质, $\mathbf{F}^{-1}$ 可近似为:

$$\mathbf{F}^{-1} \approx \begin{pmatrix} \frac{1}{N} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{N} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{N} \end{pmatrix} \quad (22)$$

则 $\lambda_{F^{-1}} = 1/N$, 所以 $\lambda = \lambda_{F^{-1}} \lambda_G$, λ 为矩阵 $\mathbf{F}^{-1} \mathbf{G}$ 的特征值。要使 $\rho(\mathbf{B})$ 最小, 令 $\omega \lambda_{\max} - 1 = 1 - \omega \lambda_{\min}$, 因此得到最小谱半径 $\rho(\mathbf{B})$, 并使得收敛速度达到最快, 其中参数 ω_{opt} 为:

$$\omega_{\text{opt}} = \frac{2}{\lambda_{\min} + \lambda_{\max}} \quad (23)$$

由矩阵理论可知, 矩阵 $\mathbf{G}$ 是一个中心 wishart 矩阵^[16], 并且信道具有 N 个自由度。当 N 趋向于无穷时, 矩阵 $\mathbf{F}^{-1} \mathbf{G}$ 的最大特征值和最小特征值分别如下:

$$\lambda_{\max} = (1 + \frac{K}{N})^2 \quad (24)$$

$$\lambda_{\min} = (1 - \frac{K}{N})^2 \quad (25)$$

因此, 当大规模 MIMO 中基站的天线数 N 足够大时, 本文算法的 ω_{opt} 可以趋向于一个稳定值 $\bar{\omega}$, 则:

$$\bar{\omega} = \frac{2}{(1 + \frac{K}{N})^2 + (1 - \frac{K}{N})^2} \quad (26)$$

其中, N 为天线数, K 为用户数。

4.3 复杂度分析

使用算法中乘法计算的次数来估算各种算法的复杂度。由第4.2节可知, 提出的 WTM 算法的运算可分为两个部分。首先, 由式(10)可化为:

$$\mathbf{F} \mathbf{t}^{i+1} = \mathbf{s} + (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \mathbf{t}^i \quad (27)$$

令 $\mathbf{p}^i = \mathbf{s} + (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \mathbf{t}^i$, 其计算复杂度为 $4(K-1)^2$, 则:

$$\mathbf{F} \mathbf{t}^{i+1} = \mathbf{p}^i \quad (28)$$

即:

$$\begin{cases} \mathbf{t}_1^{i+1} = \frac{\mathbf{p}_1^i}{f_{11}} \\ \mathbf{t}_m^{i+1} = \frac{\mathbf{p}_m^i - f_{m(m-1)} \mathbf{t}_{m-1}^{i+1}}{f_{mm}}, 2 \leq m \leq K \end{cases} \quad (29)$$

其中, f_{ij} 表示矩阵 $\mathbf{F}$ 的第 i 行第 j 列的元素, 其计算复杂度为 $8K-4$, 再加上设置初始值的复杂度, 则算法的第一部分的每次迭代复杂度为 $4iK^2 + 4K$ 。其次算法中的每次迭代的权重的乘法复杂度为 $8K$ 。因此, WTM 算法中的运算复杂度

为 $i(4K^2 + 8K) + 4K$ ，其中 i 为迭代次数。

表 1 分别表示了 RM 算法、雅克比 (JAC) 迭代算法、共轭梯度雅克比 (G-JAC) 算法和 WTM 算法的复杂度。从表 1 中可以看出，这 4 种算法都将传统 ZF 预编码的复杂度从 $O(K^3)$ 下降到 $O(K^2)$ 。在同等迭代次数下，G-JAC 算法复杂度远高于 WTM 算法。对比边缘复杂度，WTM 算法相比较 RM 和 JAC 算法略有增加，但随着用户数 K 的增加，复杂度主要取决于用户的最高幂指数项。

表 1 RM、JAC、WTM 算法复杂度对比

迭代次数	RM	JAC	G-JAC	WTM
$i=2$	$2(4K^2 + 8K)$	$8K^2$	$16K^2 + 8K$	$2(4K^2 + 8K) + 4K$
$i=3$	$3(4K^2 + 8K)$	$12K^2$	$20K^2 + 8K$	$3(4K^2 + 8K) + 4K$
$i=4$	$4(4K^2 + 8K)$	$16K^2$	$24K^2 + 8K$	$4(4K^2 + 8K) + 4K$
$i=5$	$5(4K^2 + 8K)$	$20K^2$	$28K^2 + 8K$	$5(4K^2 + 8K) + 4K$

5 仿真结果分析

本文仿真采用平坦瑞利衰落信道，采用了两种大规模 MIMO 系统，分别为： $N \times K = 128 \times 32$ 、 $N \times K = 256 \times 32$ 。并且与 RM、JAC、G-JAC 算法的容量与误码率进行对比，并将传统求逆 ZF 预编码性能作为参考。信道容量性能对比如图 1、图 2 所示。

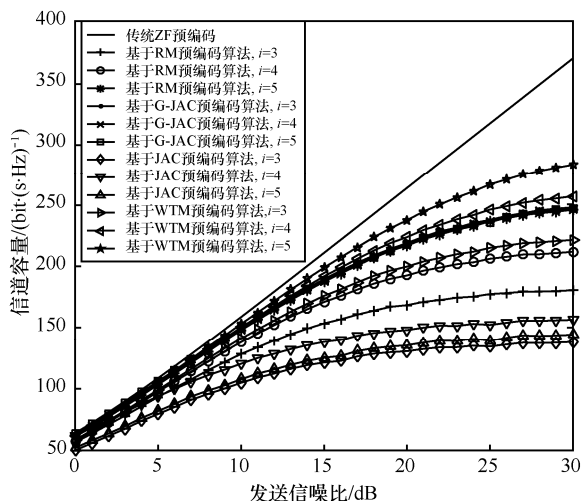


图 1 $N \times K = 128 \times 32$ 时的信道容量性能对比

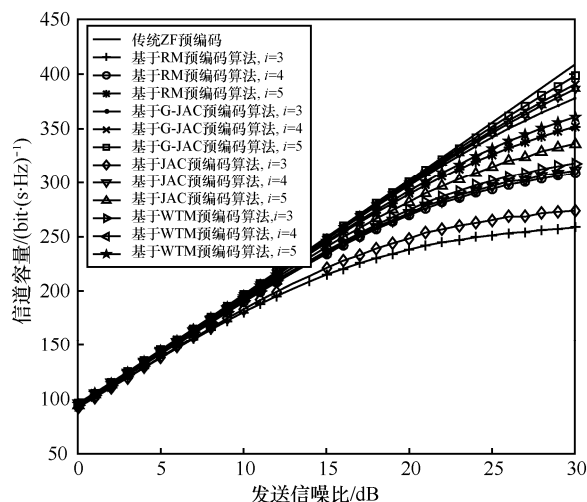


图 2 $N \times K = 256 \times 32$ 时的信道容量性能对比

从图 1 中可以看出，随着迭代次数的增加，RM 和 WTM 算法的信道容量逐渐逼近 ZF 预编码的信道容量，而 JAC 与 G-JAC 算法的信道容量随着 SNR 的增加趋于平缓，由于天线数与用户数比值较小，方程的系数矩阵对角占优性相对较差，导致迭代结果失真，无法收敛。在同等迭代次数下，本文提出的 WTM 算法的信道容量明显优于 RM 算法和 JAC 算法，并且其收敛速度更快，第 4 次迭代时，性能优于 RM 算法的第 5 次迭代。从图 2 中可以看出，对于基站天线数增加的大规模 MIMO 系统，随着迭代次数的增加，4 种算法以更快的速度逼近传统求逆 ZF 预编码的信道容量，并且 JAC 算法与 G-JAC 算法的失真现象也消失了。这是由于当基站天线数增大时，各用户信道趋向正交，系数矩阵对角占优，用户间干扰减少。虽然 WTM 算法在第 5 次迭代性能低于 G-JAC 算法，但是本文算法复杂度更低，在同等复杂度情况下，本文算法优于 G-JAC 算法。

图 3、图 4 是系统误码率性能的对比。从图 3 中可以看出，对于 $N \times K = 128 \times 32$ 系统的大规模 MIMO 系统，随着迭代次数的增加，RM 和 WTM 算法的误码率逐渐逼近 ZF 预编码的误码率，而 JAC 与 G-JAC 算法的误码率的结果出现了失真。在同等迭代次数的情况下，WTM 算法的误码率明



显低于 RM 算法, 甚至当 WTM 迭代次数比 RM 迭代次数少一次时, WTM 算法的性能依然优于 RM 算法。图 4 中由于天线数的增加导致用户间信道近似正交, 矩阵 $\mathbf{G}$ 具有对角占优性, 各用户间的干扰衰落, 4 种算法均更快逼近 ZF 性能, 在相同复杂度的情况下, WTM 算法收敛速度更快。

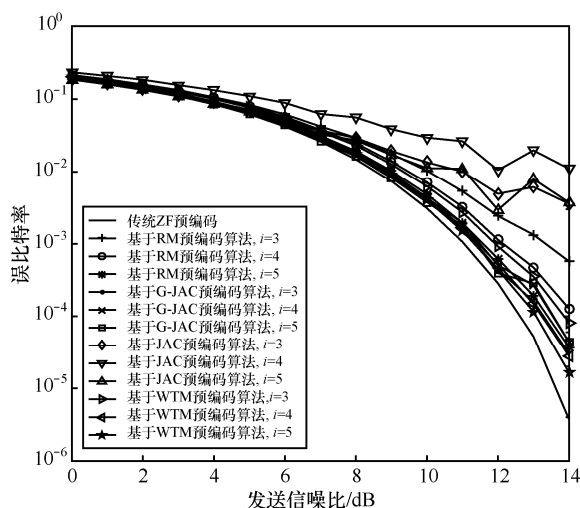


图 3 $N \times K = 128 \times 32$ 时的误码率性能对比

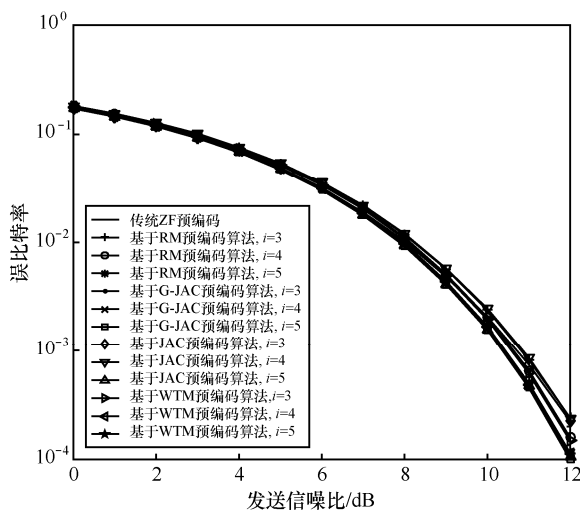


图 4 $N \times K = 256 \times 32$ 时的误码率性能对比

6 结束语

本文提出了一种基于权重二对角迭代算法的低复杂度 ZF 预编码方案, 即 WTM 算法。所提算法可以通过较少的迭代次数逼近传统迫零预编码的性能, 并将原 ZF 预编码的复杂度从 $O(K^3)$ 降低

到 $O(K^2)$ 。仿真结果表明, 当天线数较小时, WTM 算法的优越性更加突出, 在仅增加边缘复杂度的情况下, WTM 算法的容量与误码率都优于 JAC、RM 与 G-JAC 算法。本文是在已知 CSI 与单小区模型的情况下进行研究, 后续的研究将进一步考虑未知 CSI 与多小区模型对系统算法的影响。

参考文献:

- [1] NGO H Q, LARSSON E G, MARZETTA T L, et al. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(4): 1436-1449.
- [2] PATCHARAMANEPAKORN P, WU S, WANG C X, et al. Spectral, energy, and economic efficiency of 5G multicell massive MIMO systems with generalized spatial modulation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(12): 9715-9731.
- [3] 曹海燕, 冯瑞瑞, 方昕, 等. 大规模 MIMO 系统中基于能效最大化的资源联合优化算法[J]. 电信科学, 2017, 33(12): 84-90.
- [4] CAO H Y, FENG R R, FANG X, et al. A joint optimization algorithm based on energy efficiency maximization for massive MIMO systems[J]. Telecommunications Science, 2017, 33(12): 84-90.
- [5] RUSEK F, PERSSON D, LAU B K, et al. Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2012, 30(1): 40-60.
- [6] BOGALE T E, LE L B. Massive MIMO and mmWave for 5G wireless HetNet: potential benefits and challenges[J]. IEEE Vehicular Technology Magazine, 2016, 11(1): 64-75.
- [7] COSTA M H M. Writing on dirty paper (Corresp.)[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1983, 29(3): 439-441.
- [8] LU Z, NING J, ZHANG Y, et al. Richardson method based linear precoding with low complexity for massive MIMO systems[C]//IEEE Vehicular Technology Conference, September 6-9, 2015, Boston, USA. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1-4.
- [9] XIE T, LU Z, HAN Q, et al. Low-complexity LSQR-based linear precoding for massive MIMO systems[C]//IEEE Vehicular Technology Conference, Sept 6-9, 2015, Boston, USA. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1-5.
- [10] SONG W, CHEN X, WANG L, et al. Joint conjugate gradient and Jacobi iteration based low complexity precoding for massive MIMO systems[C]//IEEE/CIC International Conference on Communications, July 27-29, 2016, Chengdu, China. Piscataway: IEEE Press, 2016: 1-5.
- [11] REN Y, XU G X, WANG Y M, et al. Low-complexity ZF precoding method for downlink of massive MIMO system[J]. Electronics Letters, 2015, 51(5): 421-423.

- [11] QIN X, YAN Z, He G. A near-optimal detection scheme based on joint steepest descent and jacobi method for uplink massive MIMO systems[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(2): 276-279.
- [12] ROSARIO F, MONTEIRO F A, RODRIGUES A, et al. Fast matrix inversion updates for massive MIMO detection and precoding[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(1): 75-79.
- [13] LEE H, PARK S, BAHK S, et al. Enhancing spectral efficiency using aged CSI in massive MIMO systems[C]//IEEE Global Communications Conference, Dec 4-8, 2017, Washington, DC, USA. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [14] GUVENSEN G M, AYANOGLU E. A generalized framework on beamformer design and CSI acquisition for single-carrier massive MIMO systems in millimeter wave Channels[C]//IEEE Globecom Workshops, Dec 4-8, 2017, Washington, DC, USA. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-7.
- [15] 王雪丽, 王海泉, 李肖, 等. 莱斯衰落信道下大规模 MIMO 系统中的信道估计方法[J]. 电信科学, 2017, 33(9): 10-19.
WANG X L, WANG H Q, LI X, et al. Channel estimation method for massive MIMO system in Rice channel[J]. Telecommunications Science, 2017, 33(9): 10-19.
- [16] AJOSE S O, IMOIZE A L, BAKARE R A, et al. BER comparison of different modulation schemes over AWGN and Rayleigh fading channels for MIMO-OFDM system[J]. International Journal of Communication Networks & Distributed Systems, 2017, 18(2): 129.
- [17] TULINO A M, ERDU S. Random matrix theory and wireless communications[J]. Communications & Information Theory, 2004, 1(1): 1-182.
- [18] BJORCK A. Numerical methods in matrix computations[M]. Berlin: Springer International Publishing, 2015.

[作者简介]



曹海燕 (1975-), 女, 博士, 杭州电子科技大学通信工程学院副教授, 主要研究方向为无线通信系统的信道编码、信号检测、LTE 物理层标准等。



周冬 (1994-), 男, 杭州电子科技大学通信工程学院硕士生, 主要研究方向为无线通信系统、大规模 MIMO 系统中的预编码技术。



许方敏 (1980-), 女, 杭州电子科技大学通信工程学院讲师, 主要研究方向为先进移动通信系统及其关键技术, 包括干扰抑制策略、无线资源管理策略。

方昕 (1975-), 女, 杭州电子科技大学通信工程学院副教授, 主要研究方向为 4G/5G 移动通信物理层算法。

王秀敏 (1963-), 女, 中国计量大学信息工程学院教授, 主要研究方向为电路与系统、信号处理。